

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ
SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Jour 1

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

Exercice 1

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Remplir la feuille annexe selon les modalités expliquées ci-dessous :

- **Ne pas oublier d'écrire nom, prénom et groupe de spécialité dans le cadre et de noircir le code personnel.**
- Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
- Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève aucun point.
- Noircir proprement, pour chaque question, la case correspondant à la bonne réponse. En cas d'erreur, effacer à l'aide de blanc correcteur en couvrant la case cochée par erreur. Dans ce cas, ne pas reconstituer la case effacée, cela pourrait être considéré comme une bonne réponse.
- **L'annexe est à rendre avec la copie.**

Exercice 2

5 points

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par $g(x) = 2x - x^2$.

1. Montrer que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$ et préciser les valeurs de $g(0)$ et de $g(1)$.

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = g(u_n) \end{cases} \text{ pour tout entier naturel } n$$

2. Calculer u_1 et u_2 .
3. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.
4. En déduire que la suite (u_n) est convergente.
5. Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n) .

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \ln(1 - u_n)$.

6. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2 et préciser son premier terme.
7. En déduire une expression de v_n en fonction de n .
8. En déduire une expression de u_n en fonction de n et retrouver la limite déterminée à la question 5.
9. Recopier et compléter le script python ci-dessous afin que celui-ci renvoie le rang n à partir duquel la suite dépasse 0,95.

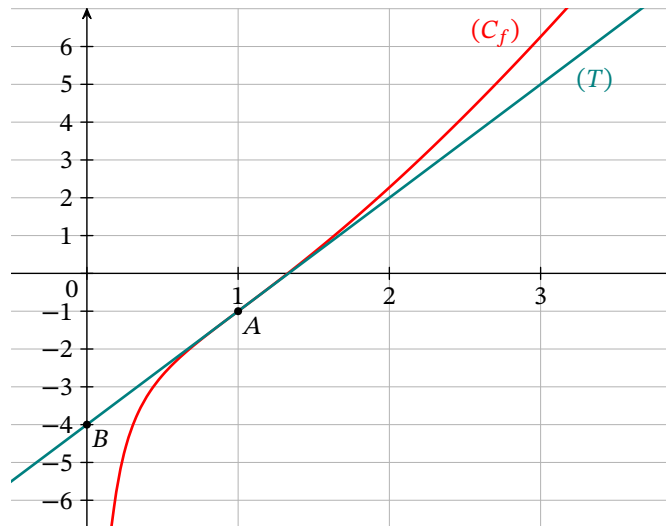
```
1 def seuil() :  
2     n = 0  
3     u = 0.5  
4     while u < 0.95 :  
5         n = .....  
6         u = .....  
7     return n
```

Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x \ln(x^2) - \frac{1}{x}$$

Partie A - Lectures graphiques

On a tracé ci-dessous la courbe représentative (C_f) de la fonction f , ainsi que la droite (T) , tangente à la courbe (C_f) au point A de coordonnées $(1 ; -1)$. Cette tangente passe également par le point $B(0 ; -4)$.



1. Lire graphiquement $f'(1)$ et donner l'équation réduite de la tangente (T) .
2. Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble convexe ou concave. Que semble représenter le point A pour la courbe (C_f) ?

Partie B - Étude analytique

1. Déterminer, en justifiant, la limite de f en $+\infty$, puis sa limite en 0 .
2. On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 - a) Déterminer $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 - b) Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$,

$$f''(x) = \frac{2(x+1)(x-1)}{x^3}$$

3.
 - a) Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 - b) Étudier les variations de la fonction f' , puis le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
4.
 - a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 - b) Donner la valeur arrondie au centième de α et montrer que α vérifie :

$$\alpha^2 = \exp\left(\frac{1}{\alpha^2}\right)$$

Exercice 4**5 points**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère :

— les points $A(-2; 0; 2)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(1; -1; 2)$ et $D(0; 0; 3)$

— la droite \mathcal{D}_1 dont une représentation paramétrique est :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 3t \\ z = 3 + 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

— la droite \mathcal{D}_2 dont une représentation paramétrique est :
$$\begin{cases} x = 1 + 3s \\ y = -1 - 5s \\ z = 2 - 6s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

1. Démontrer que les points A , B et C ne sont pas alignés.

2. a) Démontrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (ABC) .

b) Justifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $x + 3y + 5z - 8 = 0$.

c) En déduire que les points A , B , C et D ne sont pas coplanaires.

3. a) Justifier que la droite \mathcal{D}_1 est la hauteur du tétraèdre $ABCD$ issue de D .

On admet que la droite \mathcal{D}_2 est la hauteur du tétraèdre $ABCD$ issue de C .

b) Démontrer que les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

4. a) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point D sur le plan (ABC) .

b) Calculer la distance du point D au plan (ABC) . *Arrondir le résultat au centième.*