

DS 12

Ⓘ affine $\Rightarrow f(x) = mx + p$ avec $m = \frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} = \frac{4 - 7}{3} = -1$

alors $f(x) = -x + p$.

de plus $f(1) = 4 \Leftrightarrow 4 = -1 + p \Leftrightarrow p = 5$

d'où $f(x) = -x + 5$.

Ⓜ 1a) f est un polynôme de degré 2.

b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$

Les antécédents de 0 sont 0 ou 1.

c) (i) Le minimum de f semble être -0,2 atteint en $x = 1/2$

(ii) On a $(x - 1/2)^2 - \frac{1}{4} = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$

$= f(x)$

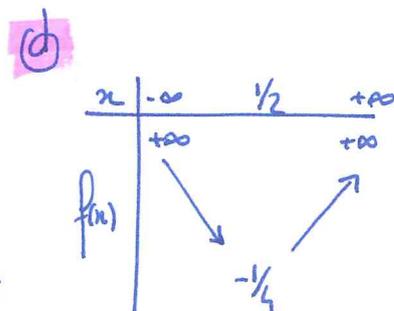
donc on a bien $f(x) = (x - 1/2)^2 - 1/4$.

(iii) $f(x) - (-1/4) = (x - 1/2)^2 - 1/4 + 1/4$

$= (x - 1/2)^2 \geq 0$ car c'est un carré

donc $f(x) \geq -1/4$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

de plus $f(1/2) = -1/4$ donc $-1/4$ minimum de f atteint en $x = 1/2$.



② a) h est une fonction affine.

x	0	-3
$h(x)$	3	0

b) pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$(x-3)(x+1) = x^2 - 3x + x - 3 = x^2 - 2x - 3$$

et $f(x) - h(x) = x^2 - x - (x+3) = x^2 - 2x - 3$

ainsi $f(x) - h(x) = (x-3)(x+1)$

c) La position relative de C et C_2 est donnée par le signe de $h(x) = f(x) - k(x) = (x-3)(x+1)$

x		-1	3		
$x-3$	-	-	0	+	
$x+1$	-	0	+	+	
$h(x)$	+	0	-	0	+

donc sur $]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[$ C est au dessus de C_2
 sur $]-1; 3[$ C est en dessous de C_2 .

d) C et C_2 se coupent lorsque $f(x) = k(x) \Leftrightarrow f(x) - k(x) = 0$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 3 \text{ d'après le tableau}$$

Alors C et C_2 ont deux points d'intersection: $A(-1; 2); B(3; 6)$.

IV ① On vend x articles à 55€ ; la recette est de $R(x) = 55x$.

② R f^o linéaire; $R(10.000) = 550.000$; $R(0) = 0$ d'où le graphique.

③ A l'aide du graphique nous voyons que pour 11.000 articles les coûts sont supérieurs à la recette et l'entreprise ne fait pas de bénéfice.

Il vaut mieux que l'entreprise fabrique et vende 3.000 articles

④ L'entreprise semble bénéficiaire lorsque elle produit entre 1.200 et 10.000 articles: $x \in [1.200; 10.000]$.

⑤ a) On a $B(x) = R(x) - C(x)$

$$= 55x - (4x^2 + 10x + 50)$$

$$= -4x^2 + 45x - 50$$

b) On a $-(4x-5)(x-10) = -(4x^2 - 5x - 40x + 50)$

$$= -4x^2 + 45x - 50$$

$$= B(x)$$