

Devoir Mathématiques N° 12 (1 heure)

0 Nom et prénom :

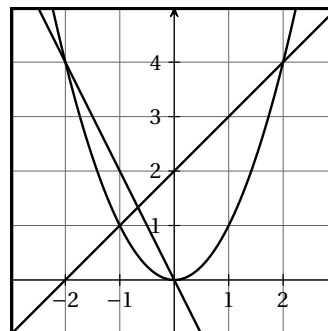
1 (2 points)

Déterminer la fonction affine f qui satisfait $f(1) = 4$ et $f(-2) = 7$.

2 (2 points)

En utilisant la représentation graphique, répondre aux questions suivantes par vrai ou faux.

1. Si $0 \leq x \leq 2$ alors $x^2 \leq x + 2$
2. Si $x < 0$ alors $x^2 > -2x$
3. Si $x \geq -1$ alors $x^2 \leq x + 2$
4. Si $-2 \leq x \leq -1$ alors $x + 2 \leq x^2 \leq -2x$
5. Si $x^2 \leq x + 2$ alors $x \geq 2$



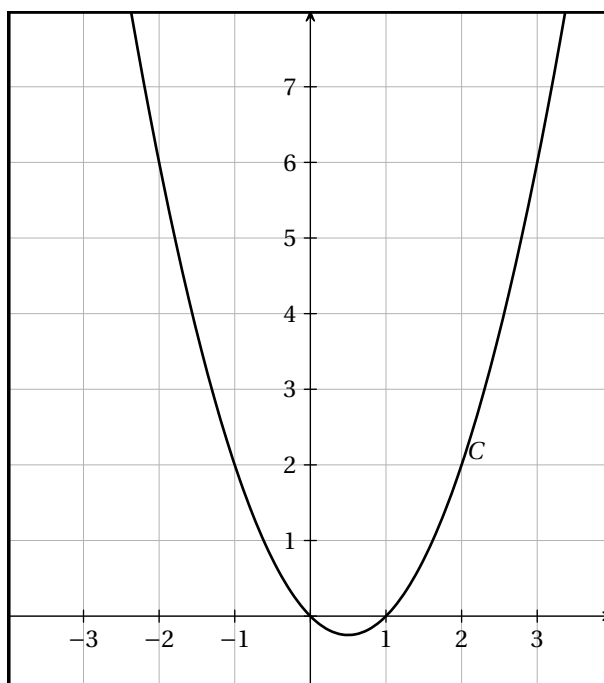
3 (8 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - x$. On donne le graphe \mathcal{C} de f sur le graphique ci-dessous.

1. a) De quelle nature est la fonction f ?
 b) Déterminer les antécédents de 0 par f .
 c) i. Lire graphiquement le minimum de f .
 ii. Montrer que $f(x) = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$.
 iii. Retrouver alors le minimum de f par le calcul.
 d) Par lecture graphique, tracer un tableau de variations susceptible de f .
2. Soit $k(x) = x + 3$.
 a) Quelle est la nature de k ? Tracer la courbe représentative \mathcal{C}_k de k sur le graphique.
 b) Démontrer l'égalité suivante pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) - k(x) = (x - 3)(x + 1)$$

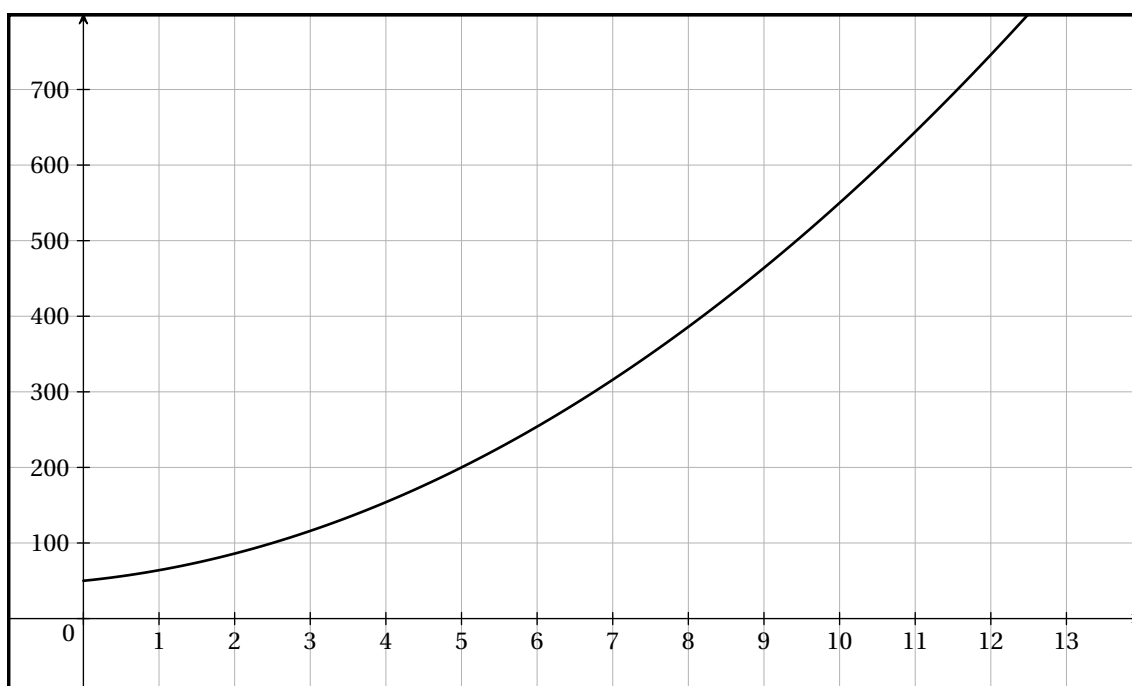
- c) En déduire la position relative des courbes \mathcal{C} et \mathcal{C}_k .
- d) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ces deux courbes.



4 (5 points)

Le cout total de fabrication de x milliers d'articles est $C(x) = 4x^2 + 10x + 50$ ($C(x)$ est exprimé en milliers d'euros) avec $x \in]0; 12]$. On admet que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 55 €. La figure ci-dessous, donne la courbe representative de la fonction cout total dans un repère orthogonal.

- Exprimer la fonction recette en fonction de x .
- Représenter R sur le graphique.
- Qu'est ce qui est plus avantageux pour l'entreprise fabriquer et vendre 11 000 articles ou fabriquer et vendre 3 400 articles ?
- Par lecture graphique, déterminer la plage de production qui permet de realiser un bénéfice.
- On note $B(x)$ le bénéfice réalisé, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.
 - Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles, est donné par $B(x) = -4x^2 + 45x - 50$, avec $x \in]0; 12]$.
 - Montrer que $B(x) = -(4x - 5)(x - 10)$
 - En déduire par le calcul pour quelles valeurs de x l'entreprise fait du bénéfice.



5 (3 points)

Soit f définie par $f(x) = \frac{1}{(3-2x)^2}$ sur \mathbb{R} .

Déterminer les variations de f sur $] \frac{3}{2}; +\infty[$ en complétant le tableau d'enchainement des opérations suivants et en justifiant correctement.

$\frac{3}{2}$	$<$	a	\leq	b			Justifications
		$3 - 2a$		$3 - 2b$			
		$\frac{1}{3 - 2a}$		$\frac{1}{3 - 2b}$			
		$\frac{1}{(3 - 2a)^2}$		$\frac{1}{(3 - 2b)^2}$			
		$f(a)$		$f(b)$			#####

Conclure : quel est le sens de variation de f .