Devoir N^o 10 : probabilités

I **(1 point)** Soit Ω l'univers associé à une expérience aléatoire. A et B sont deux évènements de Ω tels que $p(\mathrm{A}) = 0{,}4$, $p(\mathrm{B}) = 0{,}6$ et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}2$.

1. Calculer $p\left(\overline{A}\right)$.
2. Calculer $p\left(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}\right)$.

II **(5 points)** Dans une classe de 30 élèves, 20 étudient l'anglais et 15 l'espagnol. 8 étudient les deux langues.
On choisit un élève au hasard.
On note A l'événement : « l'élève étudie l'anglais » et E l'événement : « l'élève étudie l'espagnol ».

1. Exprimer par une phrase l'événement $\mathrm{A} \cap \mathrm{E}$.
2. Exprimer par une phrase l'événement $\mathrm{A} \cup \mathrm{E}$.
3. Combien d'élèves n'apprennent ni l'anglais ni l'espagnol ?
4. Quel est l'événement contraire de A ?
5. Calculer $p(A)$, $p(\mathrm{E})$, $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{E})$

III **(5 points)** Voici les résultats d'un sondage effectué en 1999 auprès de 2 000 personnes, à propos d'Internet :
— 40% des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet,
— 35% des personnes interrogées ont moins de 30 ans et, parmi celles-ci, quatre cinquièmes déclarent être intéressées par Internet,
— 30% des personnes interrogées ont plus de 60 ans et, parmi celles-ci, 85% ne sont pas intéressées par Internet.

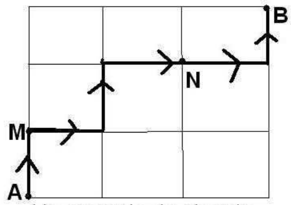
1. Compléter le tableau suivant :

	intéressées par Internet	non intéressées par internet	**total**
moins de 30 ans			
de 30 à 60 ans			
plus de 60 ans			
total			**2 000**

   Vous donnerez les probabilités arrondies à 10^{-3}.
2. On choisit au hasard une personne parmi les 2 000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies. On considère les événements :
   A : « *la personne interrogée a moins de 30 ans* »,
   B : « *la personne interrogée est intéressée par Internet* ».
   a) Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
   b) Définir par une phrase l'événement $\overline{A}$ puis calculer $P(\overline{A})$.
   c) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$.
   d) En déduire $P(A \cup B)$.
3. On sait maintenant que la personne interrogée est intéressée par Internet.
   Quelle est la probabilité qu'elle ait plus de 30 ans ?

IV **(5 points)**

On dispose du quadrillage présenté ci-contre. Un chemin de A vers B est une suite de six déplacements d'une case : trois déplacements vers le haut (H) et trois déplacements vers la droite (D) dans n'importe quel ordre.



Un exemple de chemin
(H;D;H;D;D;H)

1. Déterminer, à l'aide d'un arbre, le nombre de chemins de A vers B.
2. On choisit au hasard l'un des chemins de A vers B.
   a) Quelle est la probabilité pour qu'il passe par le point M ? Par le point N ?
   b) Quelle est la probabilité pour qu'il passe par les deux points M et N ?
   c) En déduire la probabilité pour que ce chemin passe par l'un au moins des deux points.

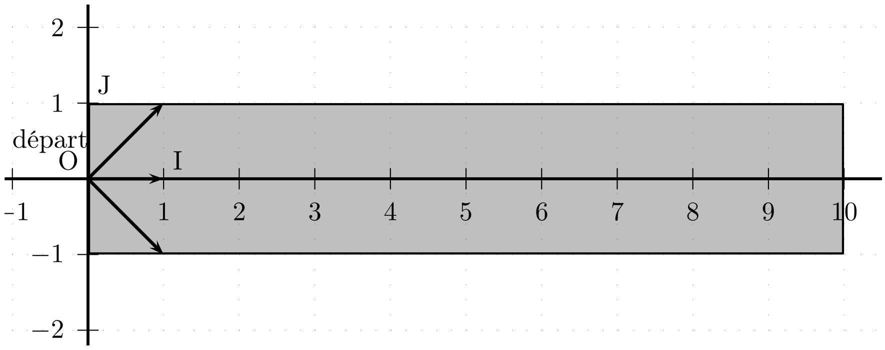
V **(3 points)**
Le robot Tom doit emprunter un pont sans garde-corps de 10 pas de long et de 2 pas de large. Sa démarche est très particulière :

- Soit il avance d'un pas tout droit ;
- Soit il se déplace en diagonale vers la gauche (déplacement équivalent à un pas vers la gauche et un pas tout droit) ;
- Soit il se déplace en diagonale vers la droite (déplacement équivalent à un pas vers la droite et un pas tout droit).

On suppose que ces trois types de déplacement sont aléatoires et équiprobables.

L'objectif de cet exercice est d'estimer la probabilité p de l'évènement S « Tom traverse le pont » c'est-à-dire « Tom n'est pas tombé dans l'eau et se trouve encore sur le pont au bout de 10 déplacements ».

On schématise le pont par un rectangle dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) comme l'indique la figure ci-dessous. On suppose que Tom se trouve au point de coordonnées $(0\,;\,0)$ au début de la traversée. On note $(x\ ;\ y)$ les coordonnées de la position de Tom après x déplacements.



On a écrit l'algorithme suivant qui simule la position de Tom au bout de x déplacements :

```
x=0
y=0
Tant que y >= - 1 et y <= 1 et x <= 9
  n prend une valeur au hasard entre - 1, 0 et 1
  y=y + n
  x=x + 1
Fin tant que
Afficher la position de Tom est (x;y)
```

1. On donne les couples suivants : $(-1\ ;\ 1)$; $(10\,;\,0)$; $(2\,;\,4)$; $(10\,;\,2)$.
   Lesquels ont pu être obtenus avec cet algorithme ? Justifier la réponse.
2. Modifier cet algorithme pour qu'à la place de « la position de Tom est $(x\ ;\ y)$ », il affiche finalement « Tom a réussi la traversée » ou « Tom est tombé ».

VI **(1 point)** Une tireuse à l'arc touche la cible une fois sur deux. Combien de tirs doit-elle effectuer pour être sure de toucher la cible au moins une fois avec une probabilité de 0,99 ?