Classe de $2^{nde}3$ *11 mai 2009*

Devoir de Mathématiques N^o 14 (1 heure)

Exercice 1 (2 points) :

Soit f une fonction strictement négative et croissante sur $\mathbb{R}$. Etablir le sens de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (f(x))^2$.

Exercice 2 (3 points) :

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par

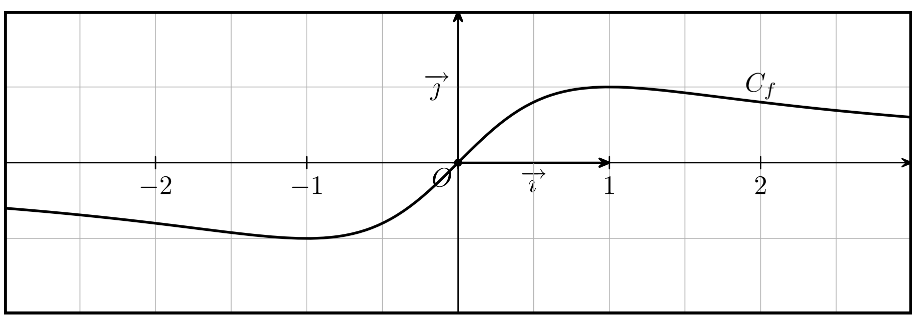
$$f(x) = 1 - 3(4 - 2x)^2$$

Quel est le sens de variation de f sur $[2; +\infty[$?

Exercice 3 (7 points) :

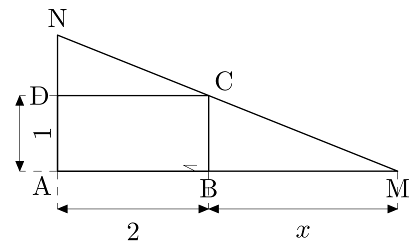
Soit $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ sur $\mathbb{R}$. On note C_f la courbe représentative de f. Voir représentation ci-dessous.

1. Déterminer la parité de la fonction f.
2. Montrer que $\dfrac{1}{2}$ est le maximum de f sur $\mathbb{R}$.
3. Soit $g(x) = \dfrac{1}{2}x$
   (a) Quelle est la nature de la fonction g. Soit $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g ; représenter $\mathscr{C}_g$ sur le graphique ci-joint.
   (b) Etudier la position relative de C_f et C_g.



Exercice 4 (7 points) :

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 2$ et $AD = 1$. A tout réel x, $x > 0$, on associe le point M tel que les points A, B et M sont alignés dans cet ordre avec $BM = x$.
On note I le milieu du segment $[BM]$. La droite (MC) coupe $[AD]$ en N. Le but de l'exercice est de trouver s'il existe une position de M telle que $DN = AI$.



1. (a) Prouver par trigonométrie dans NAM que $DN = \dfrac{2}{x}$.
   (b) Prouver que le problème revient à résoudre l'équation suivante sur $]2; +\infty[$.

$$(E) : \frac{1}{2}x + 2 = \frac{2}{x}$$

2. (a) Démontrer que (E) équivaut à

$$(E') : (x+2)^2 - 8 = 0$$

   (b) En déduire la solution du problème.

Exercice 5 (1 point) :

Déterminer les angles suivants :

1. $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD})$
2. $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{ED})$
3. $(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CD})$
4. $(\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{EA})$