

## Devoir de Mathématiques N° 1

---

**1 3 points**

Déterminer la fonction dérivées des fonctions suivantes.

$$f_1(x) = 3 \sin x - 2 \cos(2x)$$

$$f_2(x) = x \cos(3x^2 + 2)$$

$$f_3(x) = x^2 \cos x$$

**2 3 points**

Le but de cet exercice est de démontrer que pour tout  $x \geq 0$  on a  $\sin x \leq x$ . Soit  $f(x) = \sin x - x$ .

1. Déterminer  $f'(x)$  et dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}_+$ .
2. Conclure.

**3 3 points**

Résoudre dans  $] -\pi; \pi]$ .

$$4 \cos^2 x \geq 1$$

**4 3 points**

Résoudre dans  $[0; 2\pi[$

$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

**5 2 points**

Résoudre dans  $[0; 2\pi]$ ,  $\cos 3x = 0$ .

**6 3 points**

On donne  $\sin x = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$  et  $x \in [0; \frac{\pi}{4}]$ .

1. Calculer  $\cos x$ ,
2. Puis à l'aide des formules de duplication, calculer  $\sin 2x$ .
3. En déduire la valeur exacte de  $2x$ , puis celle de  $x$ .

**7 3 points**

Soit  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 1$ ;  $u_{n+1} = 4u_n - 3n - 2$ .

1. Calculer les premiers termes de la suite  $(u_n)$  et conjecturer alors une expression pour  $(u_n)$ .
2. Démontrer votre conjecture.

**8 Bonus 2 points**

Montrer que la somme en degrés des angles d'un polygone convexe à  $n$  côté ( $n \geq 3$ ) est égale à  $180(n - 2)$ .

*On dit qu'un ensemble est convexe dès lors que si deux points sont dans cet ensemble alors le segment délimité par ces 2 points est aussi dans cet ensemble. Le symbole pacman n'est pas convexe, un triangle ou un disque le sont.*